



## ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE CORTE UNIDIMENSIONAL ANÁLISE DE RESULTADOS

### **Raimundo R. M. da Cunha**

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica  
Bloco A – 1º andar – Lab. Grante (Grupo de Análise de Tensões)  
Cx. Postal 476 – 88040-900 – Florianópolis, SC, Brasil  
Endereço eletrônico: ricardo@emc.ufsc.br

### **Altamir Dias**

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica  
Bloco A – 1º andar – Lab. Grante (Grupo de Análise de Tensões)  
Cx. Postal 476 – 88040-900 – Florianópolis, SC, Brasil  
Endereço eletrônico: altamir@emc.ufsc.br

**Resumo.** *Os casos descritos e analisados nesse artigo objetivam testar o algoritmo de otimização proposto para cortes unidimensionais e validar esses resultados com base em algoritmos existentes e apresentados noutros trabalhos. Foram reproduzidos exemplos extraídos desses trabalhos. A análise dos resultados consistiu da influência verificada na solução do problema apresentado, a partir da variação do comprimento nominal da matéria-prima e da variação no número pedido de peças pertencentes à lista de pedidos. Algumas conclusões observadas no desempenho do algoritmo foram comentadas.*

**Palavras-chave:** *Algoritmo, Análise de resultados, CAD/CAM, Encaixe unidimensional, Otimização.*

## 1. INTRODUÇÃO

No campo da Engenharia em geral, as ferramentas de otimização são aplicadas na melhoria e aprimoramento de processos. Os objetivos pretendidos com a adoção de ferramentas de otimização relacionam-se com a redução de desperdícios dos recursos de produção. Geralmente, estes recursos de produção podem ser interpretados como tempo ou material gastos.

Nos processos de fabricação de peças, o desperdício de matéria-prima é um problema facilmente observado na prática em muitas linhas de produção. Em geral, o percentual de sobras de matéria-prima, só devido aos processos de corte, variam em torno de 2% a 4%. Este percentual pôde ser constatado num estudo de caso realizado numa indústria do setor metalmeccânico instalada na cidade de Joinville-SC (Cunha, 1998). É dentro desse contexto de redução de desperdícios ou sobras de matéria-prima que o algoritmo de otimização discutido

nesse artigo se aplica. Especificamente, são analisados os resultados de otimização em processos de corte unidimensionais.

A base de fundamentação teórica para o desenvolvimento do algoritmo foram técnicas e métodos de Programação Linear, abreviada aqui de PL. Os problemas de PL consistem em resolver um problema de otimização – maximização ou minimização – de uma função objetivo sujeita a restrições. A PL é uma teoria clássica e pode ser consultada em (Chvátal, 1983).

Nas seções seguintes são apresentados os métodos e técnicas utilizados para obtenção de uma solução do *Problema do Corte Industrial*, conhecido na literatura inglesa como "Cutting Stock Problem" (Lins, 1988). A seqüência de passos para implementação computacional do algoritmo de otimização foi descrita na seção 4.

Para efeito de validação do algoritmo de otimização proposto, foi solucionado um problema de otimização unidimensional, onde se aplica este tipo de algoritmo. Na análise dos resultados, foi verificado o comportamento das soluções quando sujeitas a variações no comprimento da matéria-prima utilizada, e na quantidade de itens incluídos na lista do pedido.

## 2. FORMULAÇÃO UNIDIMENSIONAL DO PROBLEMA

O *Problema do Corte Industrial Unidimensional Geral* é definido da seguinte forma: "Matérias-primas de um dado comprimento nominal  $L$ , devem ser cortadas numa dimensão apenas, gerando peças menores de comprimento  $l_i$ , com  $i$  variando no intervalo  $i = 1, 2, \dots, m$ ; e atendendo à demanda  $N_i$  correspondente àquela peça. O objetivo é minimizar a quantidade total de matéria-prima utilizada para atender a demanda solicitada."

Antes da formulação, é necessário definir o conceito de *padrão de corte* como sendo toda e qualquer maneira possível de se cortar um comprimento de matéria-prima, isto é, toda e qualquer maneira de se encaixar peças menores dentro de um comprimento maior o qual será cortado. Por exemplo: o corte de um comprimento de 17 u.c. (*unidades de comprimento*) em três peças – 1 peça de 5 u.c. e 2 peças de 4 u.c. – é um padrão de corte.

Uma formulação baseada em PL inteira é dada pelo conjunto de Eqs. (1) a (4) abaixo:

$$\text{minimizar } \sum_{j=1}^n x_j, \quad (1)$$

onde:

$n$ , representa o número de padrões de corte gerados;

$x_j$ , representa o número de vezes que o padrão de corte  $j$  é usado ou, equivalentemente, a quantidade de matéria-prima usada pelo padrão de corte  $j$ .

$$\text{sujeita a } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \geq N_i, \quad (2)$$

$$\text{e } \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot l_i \leq L, \quad (3)$$

$$a_{ij} \text{ e } x_j \in \mathbb{Z}_+, \text{ com } i = 1, 2, \dots, m \text{ e } j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

onde:

$m$ , representa o número de comprimentos distintos na lista de pedidos de peças;

$a_{ij}$ , representa o número de vezes que a peça de comprimento  $l_i$  entra no padrão de corte  $j$ ;

$N_i$ , representa a demanda ou a quantidade de peça de comprimento  $l_i$ .

Desconsiderando a restrição de integralidade dada pela Eq. (4) para um valor qualquer  $i$ , a Eq. (2) assume a forma abaixo:

$$a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \dots + a_{ij} \cdot x_j + \dots + a_{in} \cdot x_n = N_i, \quad (5)$$

sendo que  $x_j \in \mathfrak{R}$  (*conjunto dos números reais*), para  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Tomando-se todas as equações fazendo  $i$  variar de  $i = 1, 2, \dots, m$ ; monta-se um sistema de equações lineares da forma  $A \cdot x = N$ , com  $m$  linhas e  $n$  colunas. Resolvendo-se o sistema pela *Técnica da Geração de Colunas* proposta por (Gilmore e Gomory, 1961) e (Gilmore e Gomory, 1963), pode-se determinar os valores de  $a_{ij}$  e de  $x_j$  na Eq. (5). Vale enfatizar que cada coluna da matriz  $A$ , formada pelos coeficientes  $a_{ij}$ , constitui um padrão de corte possível e que utiliza uma unidade de comprimento  $L$  da matéria-prima.

### 3. HEURÍSTICAS PARA SOLUÇÃO UNIDIMENSIONAL

Para solução do sistema pela *Técnica da Geração de Colunas* proposta por (Gilmore e Gomory, 1961) e (Gilmore e Gomory, 1963), existem duas dificuldades:

- Um grande número de padrões de corte que são gerados, ou seja, um valor de  $n$  muito grande (Chvátal, 1983);
- Complexidade na implementação dos passos do código computacional (Cunha, 1998).

Neste trabalho, para contornar essas dificuldades, uma solução aproximada e satisfatória do *Problema do Corte Industrial Unidimensional* foi conseguida pela adoção de duas heurísticas. Elas estão descritas a seguir.

#### 3.1 Heurística 1

A heurística 1 consiste da obtenção de uma solução inteira a partir de uma solução real. Os valores de  $x_j$  pertencentes ao domínio dos números reais, e que foram obtidos pela *Técnica da Geração de Colunas*, são truncados para valores inteiros da seguinte forma:

$$x_j^h = \lfloor x_j \rfloor, \quad x_j^h \in \mathbb{Z}_+, \quad (6)$$

onde:

$x_j^h$ , representa a quantidade de vezes que o padrão  $j$  se repete na solução real, a qual é truncada para um valor no domínio dos números inteiros não negativos.

Essa heurística divide o problema em dois outros, pois a solução real truncada  $x_j^h$ , atende um pedido com  $N_i^h$  peças, onde  $N_i^h$  é menor ou igual ao  $N_i$  correspondente do pedido original do início. Vale salientar também que neste algoritmo proposto, os padrões de corte obtidos pelo algoritmo de otimização proposto são maximais, pois satisfazem a inequação abaixo:

$$0 \leq L - \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{l} < \text{mínimo}(l_i) \quad (7)$$

$$\text{com } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{ij} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix} \text{ e } i = 1, 2, \dots, m.$$

onde:

$\mathbf{a}$ , representa o vetor-coluna cujas componentes  $a_{ij}$  informam o número de vezes que a peça de comprimento  $i$  entra no padrão de corte  $j$ ; e  $\mathbf{l} = [l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_m]$ , representa o vetor-linha cujas componentes são os comprimentos das peças a serem cortadas.

### 3.2 Heurística 2

A heurística 2 consiste da obtenção de uma solução inteira para completar o pedido original. Geralmente, esta complementaridade do pedido original é conseguida através de uma solução trivial, ou seja, ela é atendida sem a necessidade de uma otimização no encaixe das peças. Sabendo disso, aplica-se o algoritmo *FFD-Solution* para gerar uma solução inteira. Um fluxograma do algoritmo *FFD-Solution* pode ser encontrado em (Cunha, 1998).

## 4. O ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO

O algoritmo proposto nesse artigo recebeu o nome de *XCut1D*. Os passos para implementação do algoritmo são os seguintes, numerados de 1 a 10:

1. Na 1<sup>a</sup>. iteração, em particular, tem-se que iniciar a matriz dos coeficientes  $\mathbf{A}$  e o vetor-coluna  $\mathbf{x}$ ;

Em geral, sempre se pode iniciar  $\mathbf{A}^1$  com  $m$  padrões de corte tais que, em cada padrão, somente um comprimento de peça da lista do pedido é cortado. Feito isso, o valor de  $\mathbf{x}^1$  é obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares  $\mathbf{A}^1 \cdot \mathbf{x}^1 = \mathbf{N}$ , de  $m$  linhas e  $m$  colunas. Embora os procedimentos acima conduzam a uma solução inicial viável para o problema, é desejável que os valores iniciais fiquem o mais próximo possível da solução ótima desejada. Para tanto, deve-se utilizar algoritmos, tais como *Initial-Solution* e *FFD-Solution*, de estimativa da solução inicial. Ambos estão descritos em (Chvátal, 1983) e (Cunha, 1998). Nos resultados obtidos nesse trabalho, inicialmente utilizou-se o algoritmo *Initial-Solution* para gerar uma solução inicial no domínio dos números reais.

Vale explicar que o número sobrescrito nas variáveis, indica o número da iteração corrente. Continuando a seqüência de passos do algoritmo de otimização *XCut1D*; para toda e qualquer iteração  $j$ , tem-se que:

2. Resolver o sistema de equações lineares  $\mathbf{y}^j \cdot \mathbf{A}^j = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times m}$ , determinando o vetor-linha  $\mathbf{y}^j$ ;

3. Gerar uma nova coluna, tal que a condição descrita na Eq. (3) se verifique, e que também satisfaça a condição  $\sum_{i=1}^m a_i \cdot y_i > 1$ , onde  $y_i$  é cada uma das componentes do vetor-linha  $\mathbf{y}^j$  encontrado no passo 2;

Nesse passo, tem-se que resolver o *Problema de Knapsack*, definido abaixo, aplicando o *Algoritmo de Branch-and-Bound* (Chvátal, 1983). Essa é a 1<sup>a</sup>. etapa da *Técnica da Geração de Colunas*.

$$\text{maximizar } \sum_{i=1}^m a_i \cdot y_i > 1, \quad (8)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^m a_i \cdot l_i \leq L \quad (9)$$

4. Resolver o sistema  $\mathbf{A}^j \cdot \mathbf{d}^j = \mathbf{a}^j$  determinando o vetor-coluna  $\mathbf{d}^j$ , onde  $\mathbf{a}^j$  é a nova coluna gerada no passo 3;

5. Determinar qual coluna da matriz de coeficientes  $\mathbf{A}^j$  vai sair para a entrada da nova coluna melhorada e gerada no passo 3;

Sai a coluna de número correspondente a componente  $i$  do valor  $t_i = \text{mínimo}(x_i / d_i) = t$ , onde  $x_i$  e  $d_i$  são componentes dos vetores  $\mathbf{x}^j$  e  $\mathbf{d}^j$ . Essa é a 2ª. etapa da *Técnica da Geração de Colunas*.

6. Atualizar a matriz dos coeficientes  $A^j$  e o vetor-coluna  $\mathbf{x}^j$ ;

A matriz  $A^j$  substitui a coluna  $i$  pela coluna  $\mathbf{a}^j$  gerada no passo 3. E o vetor-coluna  $\mathbf{x}^j$  tem cada uma das suas componentes obtidas por:

$$x_i = x_i - t_i \cdot d_i, \text{ para } t_i \neq t \quad (10)$$

$$x_i = t, \text{ para } t_i = t \quad (11)$$

7. Repetir os passos de 2 a 6, numa nova iteração  $j+1$ , com os valores atualizados de  $A^j$  e  $\mathbf{x}^j$ , até não mais se verificar as condições impostas no passo 3; pois se isso ocorrer, deve-se realizar o passo 8;

8. Armazenar os valores da matriz  $A^j$  e do vetor  $\mathbf{x}^j$ ;

9. Aplicar a heurística 1 e atualizar o valor da demanda de peças do pedido;

Fazer

$$x_j^h = \lfloor x_j \rfloor, \quad (12)$$

e

$$N_i^h = \sum_{j=1}^{n=m} a_{ij} \cdot x_j^h. \quad (13)$$

Atualizando a demanda de peças do pedido, obtém-se:

$$N_i = N_i - N_i^h. \quad (14)$$

10. Aplicar a heurística 2, imprimir a solução do problema e finalizar as iterações.

## 5. RESULTADOS E ANÁLISE

As questões principais consistiram em: encontrar uma solução para o problema descrito e analisar as influências na solução, provenientes de alterações em algumas variáveis do problema, quais sejam: alteração dos comprimentos nominais da matéria-prima e, alterações na demanda de peças. Os exemplos e situações analisados, objetivam validar os resultados com base em algoritmos semelhantes propostos nos trabalhos de (Gilmore e Gomory, 1963) e (Degreave e Bemelmans, 1998).

Tabela 1. Pedido de corte para construção de 15 estruturas completas da máquina

Lista de peças		Comprimento, em mm	Demanda	
Matéria-prima: Aço	Tipo 1	Peça #11	1910,00	15
		Peça #12	1850,00	15
		Peça #13	1790,00	30
		Peça #14	1110,00	15
		Peça #15	1101,00	45
		Peça #16	550,00	15
		Peça #17	500,00	75
		Peça #18	340,00	15
	Tipo 2	Peça #21	560,00	15
		Peça #22	491,00	15
Peça #23		390,00	30	

## 5.1 Especificação do problema analisado

Considere o pedido de corte para construção de 15 estruturas de uma máquina. Os dados do pedido de corte estão na Tabela 1.

Para as matérias-primas, tem-se as seguintes informações: Aço Tipo 1: comprimento nominal  $L_1 = 6000,00$  mm; e Aço Tipo 2: comprimento nominal  $L_2 = 3000,00$  mm

## 5.2 Uma solução para o problema

A solução obtida pelo algoritmo *XCut1D* é apresentada a seguir:

Tabela 2. Padrões de corte para peças de aço Tipo 1 – Algoritmo *XCut1D*

Padrão de corte		PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
Quantidade do padrão		12	14	5	1	1	1	1	1	1	1
Comprimento, em mm	$l_1 = 1910,00$	1				2		1			
	$l_2 = 1850,00$		1					1			
	$l_3 = 1790,00$	2		1				1			
	$l_4 = 1110,00$			1	4	1			5		
	$l_5 = 1101,00$		3							3	
	$l_6 = 550,00$			2	1	1				3	
	$l_7 = 500,00$	1	1	4	2	1	12			2	12
	$l_8 = 340,00$		1					1			
Sobra $s_j$ , em mm		10,0	7,0	0,0	10,0	20,0	0,0	110,0	450,0	47,0	0,0
Sobra $s_j$ , em %		0,17	0,12	0,0	0,17	0,33	0,0	1,83	7,50	0,78	0,0

Para uma interpretação da solução, informa-se que os padrões de corte são abreviados aqui de PC#, onde # representa o número correspondente ao padrão de corte. A quantidade em que cada padrão de corte se repete é indicada logo abaixo da identificação dos mesmos. Por exemplo, para PC1, tem-se que ele se repete 12 vezes no pedido, e é composto por 1 peça de 1910,00 mm, 2 peças de 1790,00 mm e 1 peça de 500,00 mm. Tem-se ainda os valores de sobra  $s_j$  do padrão de corte, calculada pela Eq. (15), e dada em u.c. ou em porcentagem do comprimento da matéria-prima cortada.

$$s_j = L - \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot l_i, \quad (15)$$

A partir da Tabela 2, verifica-se que 38 barras de aço do Tipo 1 serão cortadas. O percentual de sobras totais é apenas 0,38% sobre o comprimento total de corte. Isso equivale a 855,00 mm de sobras totais ou a 14,25% do comprimento nominal de uma barra de aço do Tipo 1. Vale ressaltar que os padrões de corte PC1, PC2, PC3, PC4, PC5 e PC6 foram calculados pela heurística 1 do algoritmo *XCut1D*, enquanto os demais padrões de corte foram calculados pela heurística 2.

Devido à heurística 2 adotada na implementação do algoritmo, a solução inteira obtida sempre complementa o pedido com a demanda de peças ainda faltantes. Como o número de peças para completar o pedido geralmente é pequeno, e conseqüentemente o número de combinações entre as peças também é pequeno, isso explica o porquê das sobras  $s_j$  de cada padrão de corte aumentarem nesta solução. Tanto é que, se fosse preciso mais uma peça de 340,00 mm, ela poderia ser atendida por PC8 e assim, a sobra parcial do padrão diminuiria para 110,00 mm e a sobra total do pedido, para 515,00 mm.

Tabela 3. Padrões de corte para peças de aço Tipo 2 – Algoritmo XCut1D

Padrão de corte		PC1	PC2	PC3	PC4
Quantidade do padrão		4	4	1	1
Comprimento em mm	$l_1 = 560,00$	2	1	3	
	$l_2 = 491,00$	3		2	1
	$l_3 = 390,00$	1	6		2
Sobra $s_j$ , em mm		17,0	100,0	338,0	1729,0
Sobra $s_j$ , em %		0,57	3,33	11,27	57,63

Atendendo o pedido para as peças fabricadas como o aço do Tipo 2, a solução dada pelo algoritmo e listada na Tabela 3, determina que sejam cortadas 10 barras de aço do Tipo 2. A sobra percentual é de 8,45% sobre o comprimento total de corte. Isso equivale a 2535,00 mm de sobras totais ou a 84% do comprimento nominal de uma barra de aço do Tipo 2.

Os valores da solução acima mostram que um pedido de corte para 15 estruturas não é um bom pedido quando visto sob o enfoque de minimização das sobras. Para tanto, basta verificar que os padrões de corte gerados pela parte inteira do algoritmo apresentaram uma sobra parcial maior que 10% do comprimento nominal da matéria-prima. O padrão de corte PC3 apresentou uma sobra de 11,27% do comprimento nominal da barra de aço Tipo 2. Por sua vez, o padrão de corte PC4 apresentou uma sobra superior à metade do comprimento nominal da matéria-prima, de valor igual a 57,63%. O que pode ser feito nestes casos, é verificar a possibilidade de se alterar o comprimento nominal da matéria-prima ou tentar escolher um pedido mais econômico variando-se a quantidade de estruturas cortadas.

### 5.3 Variação na demanda de peças

A variação na quantidade das peças objetiva verificar e escolher um pedido que apresente sobras totais menores. Isso foi feito no caso prático acima.

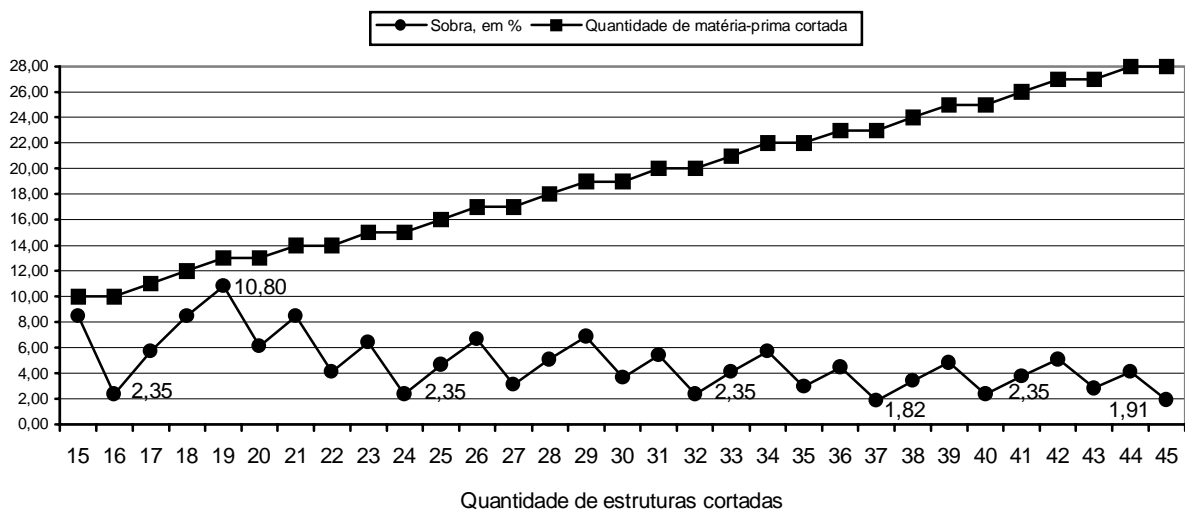


Figura 1 – Variação na quantidade cortada de peças de aço Tipo 2

O pedido para as peças do aço Tipo 1 não apresentaram melhoras nos valores de sobra a partir das variações realizadas na demanda de peças. Isso talvez porque o valor apresentado por esse pedido já era bastante satisfatório, apenas 0,38%. Já no caso do pedido de peças de

aço Tipo 2, gráfico da Figura 1 resume uma série de casos calculados no algoritmo de otimização *XCut1D*. Verifica-se que a maior quantidade de sobras totais ocorre para um pedido de 19 estruturas, com 10,80%. O menor valor ocorre quando são cortadas 37 estruturas, onde as sobras totais são de 1,82% somente. Ou seja, tem-se uma redução de quase 9,0% apenas variando a quantidade de estruturas cortadas. Vale ressaltar que o mínimo de sobras foi obtido justamente num caso em que a solução fornecida foi calculada apenas pela parte real do algoritmo, ou seja, a parte inteira não foi calculada neste caso. Pode-se observar também no gráfico da Figura 1, uma periodicidade nos valores de sobra total. O valor de 2,35% de sobras se repete quando a quantidade cortada de estruturas é um múltiplo de 8. O mesmo comportamento se verifica para o valor do mínimo da sobras, repetindo-se a cada múltiplo de 37 estruturas cortadas.

## 5.4 Variação no comprimento da matéria-prima

Outra maneira de otimizar o uso da matéria-prima, é variando-se o comprimento utilizado para cortar o pedido. Isso também foi feito no pedido das 15 estruturas. Os objetivos foram: escolher um comprimento que otimizasse o aproveitamento da matéria-prima; e analisar a influência da variação do comprimento da matéria-prima na solução.

Percebe-se pela Figura 2, que o pedido das 15 estruturas para o aço Tipo 1 pode ser melhor atendido com barras de comprimentos 6,00 m e 12,00 m. A sobra total é de 0,38% em ambos. Enquanto que no caso do aço Tipo 2, na Figura 3, o pedido pode ser melhor atendido para barras de comprimentos 7,00 m e 14,00 m. E em ambos, a sobra total é de 1,91%.

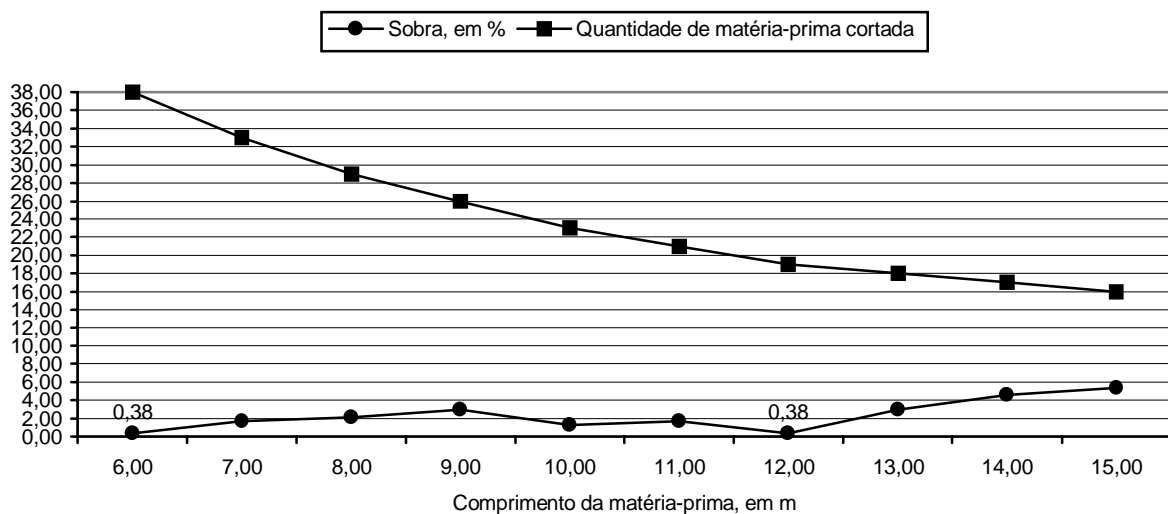


Figura 2 – Variação no comprimento da matéria-prima de aço Tipo 1

Para os respectivos dados do problema, observou-se ainda que a ocorrência dos pontos de mínima e de máxima sobra de matéria-prima ocorrem numa periodicidade dada por múltiplos do comprimento de 6,0 m para o aço Tipo 1, e por múltiplos do comprimento de 7,0 m para o aço Tipo 2.

Embora essa periodicidade não possa ser generalizada para todos os casos, em particular ela pode ser explicada. Considere a situação em que as peças no padrão de corte estão dispostas de forma tal que a sobra total seja a menor possível para aquelas peças. Fica lógico pensar que se for usado outros comprimentos de matéria-prima maiores, as sobras totais devem inicialmente aumentar até atingirem um máximo. Desse ponto em diante, os aumentos no comprimento da matéria-prima encaixarão outras combinações possíveis entre as peças da lista de pedido e aí as sobras totais começarão a diminuir até um mínimo. E essa periodicidade



terá uma frequência maior ou menor dependendo do número de combinações possíveis (*padrões de corte possíveis e viáveis*) e dos valores dos comprimentos entre as peças da lista.

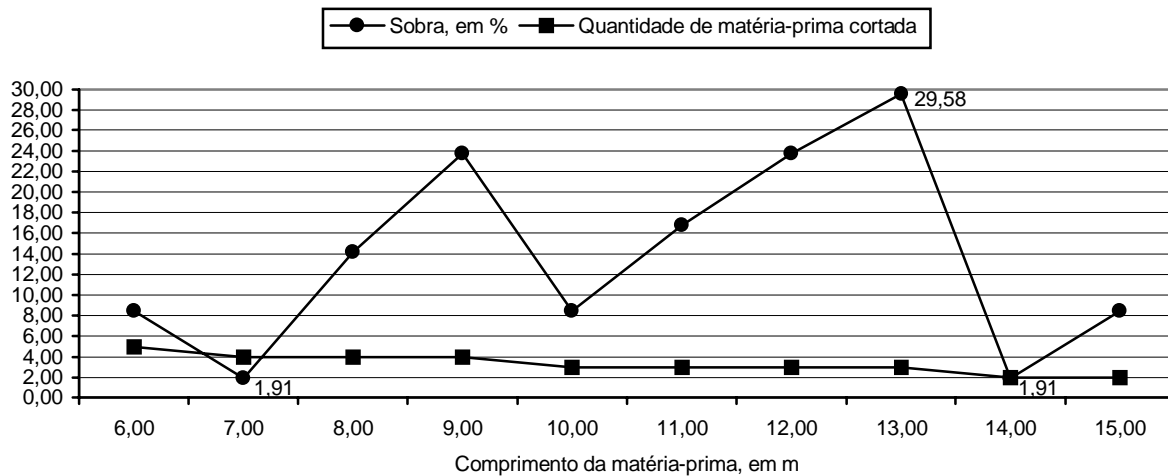


Figura 3 – Variação no comprimento da matéria-prima de aço Tipo 2

## 6. COMENTÁRIOS E DISCUSSÕES FINAIS

O Problema do Corte Industrial apresenta uma forte sensibilidade às variações nos valores de suas variáveis principais ou seja, dados de entrada do problema, como: comprimento nominal da matéria-prima, comprimento e demanda de cada uma das peças a serem cortadas e o número de comprimentos distintos a serem cortados.

A partir dos exemplos mostrados na seção 5, verifica-se que:

1. Quando não existe uma grande variação nos valores dos comprimentos e na demanda de peças a serem cortadas, observa-se uma periodicidade na ocorrência dos valores de sobra mínima total. Esta periodicidade é observada em intervalos de variação curtos. Isso foi verificado tanto na variação da demanda de peças a serem cortadas (*ver seção 5.3*) quanto na variação do comprimento nominal da matéria-prima (*ver seção 5.4*). Já no caso onde diversidade dos valores das variáveis é maior, esse comportamento periódico fica menos evidente, embora ainda se perceba que os períodos de ocorrência dos valores de sobra mínima ocorram em intervalos de variação um pouco maior, conforme se constata no trabalho de (Gilmore e Gomory, 1963).
2. Fator periodicidade permite ainda sugerir tamanhos de pedidos ótimos ao sistema produtivo, pois o parcelamento de um pedido em outros de menor tamanho mostrou ser mais dispendioso, isto é, corta-se mais matérias-primas para atender o mesmo pedido (*ver Tabela 4*).

Tabela 4. Parcelamento do pedido em lotes

Tamanho dos lotes	Quantidade de barras cortadas
45	28
35, 10	29
30, 15	29
15, 15, 15	30

3. Tempo de processamento para diferentes tamanhos de pedidos foi bastante satisfatório do ponto de vista prático. Os exemplos foram processados num computador IBM-PC compatível, equipado com um processador Pentium Intel 133 MHz. A disponibilidade de

memória RAM foi de 64 MB. O mesmo exemplo analisado por (Gilmore e Gomory, 1963) foi processado pelo algoritmo *XCut1D*. O maior tempo computacional ocorreu quando o comprimento da matéria-prima foi de 8280,4 mm, gastando 90 s de processamento. A causa mais determinante no desempenho computacional do algoritmo está vinculada ao número de Problemas de Knapsack a serem resolvidos para se achar o padrão maximal em cada coluna gerada da matriz de padrões de corte (*matriz A da formulação*). Da mesma forma, a performance de solução do Problema de Knapsack está vinculada à performance do algoritmo de enumeração Branch-and-Bound.

4. Embora o algoritmo *XCut1D* implementado nesse trabalho não garanta a otimalidade da solução, os resultados obtidos no encaixe de peças para problemas unidimensionais foram bastante satisfatórios.
5. Algoritmo *XCut1D* constitui-se numa ferramenta auxiliar na decisão para escolher um comprimento nominal de matéria-prima ou atender um pedido de corte que resulte numa economia considerável e relevante do ponto de vista econômico.
6. A possibilidade de simular situações diversas de corte, capacita o analista de produção em obter uma solução conveniente e adequada dentro das necessidades de peças estipuladas.

## REFERÊNCIAS

- Chvátal, V., 1983, Linear Programming, W. H. Freeman and Company, New York, pp. 195-212.
- Cunha, R. R. M., 1998, Um algoritmo de minimização de sobras em corte unidimensional, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.
- Degreave, Z, Bemelmans, R., 1998, Management science cases – cutting stock problem at metal aarschot, Department of Applied Economic Sciences, Katholieke Universiteit Leuven, URL: [www.econ.kuleuven.Ac.be/e\\_frameset.htm](http://www.econ.kuleuven.Ac.be/e_frameset.htm)
- Gilmore, P. C., Gomory, R. E., 1961, A linear programming approach to the cutting-stock problem, Operations Research, vol. 9, pp. 849-859.
- Gilmore, P. C., Gomory, R. E., 1963, A linear programming approach to the cutting-stock problem – Part II, Operations Research, vol. 11, pp. 863-888.
- Lins, S., 1988, CONJUG: Um sistema para diminuir perdas no corte industrial de chapas, barras e bobinas, Proposta de trabalho para o XXI Congresso Nacional de Informática.

## OPTIMIZATION ALGORITHM OF THE ONE-DIMENSIONAL CUTTING ANALYSIS OF RESULTS

**Abstract.** *The cases described and analyzed in that article objectify to test the optimization algorithm proposed for one-dimensional cutting and to validate those results regarding in existent algorithms presented in another works. Some examples extracted of those works were reproduced. The analysis of the results consisted of the influence verified in the solution of the presented problem, starting from the variation of the nominal length of the raw material and of the variation in the number request of pieces belonging to the list of the order. Some conclusions about the performance of the algorithm were commented.*

**Keywords:** *Algorithm, Analysis of results, CAD/CAM, One-dimensional Nesting, Optimization.*